

Langlands fonktörsellik ilkesi üzerine

Konuşmacı: İlhan İkeda

Yeditepe Üniversitesi, İstanbul, *ilhan.ikeda@yeditepe.edu.tr*

Özet

K ile bir sayı cismi gösterilsin. K sayı cisminin bağlı hipotetik global Langlands grubu L_K ile gösterilsin. Her $\nu \in \mathbf{h}_K$ için K_ν cisminin bağlı L_{K_ν} yerel Langlands grubu $L_{K_\nu} = WA_{K_\nu} = W_{K_\nu} \times \mathrm{SL}(2, \mathbb{C})$ şeklinde, ve her $\nu \in \mathbf{a}_K$ için K_ν cisminin bağlı L_{K_ν} yerel Langlands grubu $L_{K_\nu} = W_{K_\nu}$ şeklinde tanımlıdır. Burada W_{K_ν} ile K_ν cisminin bağlı yerel Weil grubu gösterilmektedir. Her $\nu \in \mathbf{h}_K \cup \mathbf{a}_K$ için sabitleyeceğimiz bir $e_\nu : K^{sep} \hookrightarrow K_\nu^{sep}$ gömmesi, eşliktiyeye göre tek $e_\nu^{\mathrm{Langlands}} : L_{K_\nu} \rightarrow L_K$ sürekli homomorfizması tanımlar.

Her $\nu \in \mathbf{h}_K$ için bir φ_{K_ν} Lubin-Tate parçalanışı sabitlensin. K_ν yerel cismi için

$$\{\bullet, K_\nu\}_{\varphi_\nu} : \mathbb{Z}\nabla_{K_\nu}^{(\varphi_{K_\nu})} \xrightarrow{\sim} W_{K_\nu}$$

yerel abelyen-olmayan norm-kalan homomorfizması ve yerel abelyen-olmayan sınıf cisim kuramı, E. Serbest ile beraber, bir dizi çalışma sonucu inşa edilmiştir. Burada, sadece K_ν taban cisminin bağlı $\mathbb{Z}\nabla_{K_\nu}^{(\varphi_{K_\nu})}$ topolojik grubu Fontaine-Wintenberger normlar cismi teorisi yardımıyla inşa edilmektedir.

Sabitlenmiş bir $\varphi = \{\varphi_{K_\nu}\}_{\nu \in \mathbf{h}_K}$ Lubin-Tate parçalanışları sistemi için sadece K taban cisminin bağlı \mathcal{WA}_K^φ Weil-Arthur idel grubu [1],

$$\mathcal{WA}_K^\varphi := *_{\nu \in \mathbf{h}_K} \left(\mathbb{Z}\nabla_{K_\nu}^{(\varphi_{K_\nu})} \times \mathrm{SL}(2, \mathbb{C}) : {}_1\nabla_{K_\nu}^{(\varphi_{K_\nu})} \times \mathrm{SL}(2, \mathbb{C}) \right) * W_{\mathbb{R}}^{*r_1} * W_{\mathbb{C}}^{*r_2}$$

kısıtlamalı serbest çarpımı şeklinde tanımlı topolojik grup olarak tanımlansın. Burada, r_1 ve r_2 ile K sayı cisminin \mathbb{C} içine farklı reel gömmelerin ve farklı kompleks gömmelerin eşlenik çiftlerinin sayıları gösterilmektedir. İnşa edilen bu \mathcal{WA}_K^φ topolojik grubu $\mathcal{WA}_K^{\varphi ab} = \mathbb{J}_K$ eşitliğini sağlamaktadır. Dahası, her $\nu \in \mathbf{h}_K$ için tanımlı, eşliktiyeye göre tek $e_\nu^{\mathrm{Langlands}} : L_{K_\nu} \rightarrow L_K$, sürekli homomorfizması, eşliktiyeye göre tek

$$\mathrm{NR}_{K_\nu}^{(\varphi_{K_\nu})\mathrm{Langlands}} : \mathbb{Z}\nabla_{K_\nu}^{(\varphi_{K_\nu})} \times \mathrm{SL}(2, \mathbb{C}) \xrightarrow[\sim]{\{\bullet, K_\nu\}_{\varphi_{K_\nu}} \times \mathrm{id}_{\mathrm{SL}(2, \mathbb{C})}} WA_{K_\nu} \xrightarrow{e_\nu^{\mathrm{Langlands}}} L_K$$

sürekli homomorfizmasını tanımlar. Bu şekilde inşa edilen $\{\mathrm{NR}_{K_\nu}^{(\varphi_{K_\nu})\mathrm{Langlands}}\}_{\nu \in \mathbf{h}_K}$ eşlenik sınıflarından oluşan koleksiyon, K sayı cismi için

$$\mathrm{NR}_K^{\varphi\mathrm{Langlands}} : \mathcal{WA}_K^\varphi \rightarrow L_K,$$

global abelyen-olmayan norm-kalan homomorfizmasını, “yerel” eşliktiyeye göre tek bir şekilde, tanımlar [2]. Bu homomorfizma, abelyen sınıf cisim homomorfizması ile uyumludur; şöyle ki, $\mathrm{ab}_{L_K} : L_K \rightarrow L_K^{\mathrm{ab}} = W_K$ ve $\mathrm{ab}_{\mathcal{WA}_K^\varphi} : \mathcal{WA}_K^\varphi \rightarrow \mathcal{WA}_K^{\varphi\mathrm{ab}} = \mathbb{J}_K$ abelyenleştirme tasvirlerini göstermesi kaydı ile

$$\mathrm{ab}_{L_K} \circ \mathrm{NR}_K^{\varphi\mathrm{Langlands}} = (\bullet, K) \circ \mathrm{ab}_{\mathcal{WA}_K^\varphi}$$

eşitliği sağlanır.

G ile K üzerinde tanımlı bağlantılı indirgeyici (=reductive) ve nerdeyse-parçalanmış (=quasisplit) bir cebirsel grup gösterilsin. Bu durumda, G grubunun

$$\phi : \mathcal{WA}_K^\varphi \rightarrow {}^L G(\mathbb{C}) = \widehat{G}(\mathbb{C}) \rtimes L_K$$

WA -parametresi ile her $\nu \in \mathbf{h}_K \cup \mathbf{a}_K$ için G_ν grubunun $\phi_\nu : L_{K_\nu} \rightarrow {}^L G_\nu(\mathbb{C})$ yerel L -parametrelerinden oluşan

$$\Phi = \{\phi_\nu : L_{K_\nu} \rightarrow {}^L G_\nu(\mathbb{C})\}_{\nu \in \mathbf{h}_K \cup \mathbf{a}_K}$$

kümesi arasında bir bijektif eşleme kurmak mümkündür. G grubu için yerel Langlands karşılıklılık ilkesinin kabulü altında, inşa edilmiş olan bu Φ kümesi ile, yerel karşılıklılık ilkesi ile elemanları $\phi_\nu \in \Phi$ yerel L -parametresine karşılık gelen Π_{ϕ_ν} yerel L -paketlerinden oluşan

$$\Pi_\Phi = \{\Pi_{\phi_\nu}\}_{\nu \in \mathbf{h}_K \cup \mathbf{a}_K}$$

kümesi arasında bir bijektif eşleme vardır. Flath'ın teoremi sonucu global makul (=admissible) bir L -paketi yerel L -paketlerin kısıtlanmalı tensör çarpımı şeklindedir. Sonuç olarak, G grubu için yerel Langlands karşılıklılık ilkesi ile uyumlu,

$$\{G\text{'nin } WA\text{-parametreleri}\} \leftrightarrow \{G\text{'nin global makul } L\text{-paketleri}\},$$

eşlemesi inşa edilmiş oldu [3].

Konuşmamızın son kısmında, bu gözlemlerin global karşılıklılık ilkesi ile global fonktörsellik ilkesi üzerine, [3] çalışmasında incelenmiş olan, uygulamalarından bahsedilecektir.

Anahtar Kelimeler: Fonktörsellik ilkesi, karşılıklılık ilkesi, otomorf Langlands grubu, Weil-Arthur idel grubu.

Kaynaklar

- [1] K. İ. İkedda, *On the non-abelian global class field theory*, Annales mathématiques du Québec, **37** (2),(2013), 129–172.
- [2] K. İ. İkedda, *On a group closely related with the automorphic Langlands group*, preprint.
- [3] K. İ. İkedda, *A remark on the Langlands functoriality principle*, preprint.